

## A コース

### 「カーボンナノチューブを作ってみよう」

開拓研究本部 加藤ナノ量子フォトニクス研究室

主任研究員:加藤雄一郎

担当:寺嶋亘、Chee Fai Fong、西留比呂幸

#### 1 カーボンナノチューブ入門

単層カーボンナノチューブ (single-walled carbon nanotube, SWCNT)とは文字通り炭素一層からなる直径数ナノメートル(10億分の1メートル)の筒状の構造体のことをいいます。炭素原子を六角形に並べた蜂の巣状の膜をグラフェン(graphene)といいます。それをくるりと巻いて筒にした構造を持っています。継ぎ目なく巻くためには元のグラフェン上の六角形と六角形を重ねなくてはなりません。この二つの六角形の中心同士を結んだベクトル[1](図1の赤い矢印)のことをカイラルベクトル(chiral vector)と呼び、単層カーボンナノチューブの構造はこのベクトルによって一意に決まります。

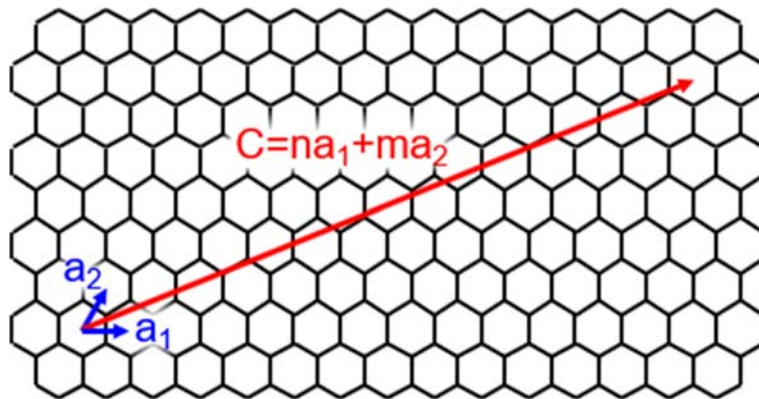


図1: カイラルベクトル  $C$  はグラフェン格子の基底ベクトル  $a_1$  と  $a_2$  を用いてカイラルインデックス  $(n,m)$  で指定できる。

カイラルベクトル  $C$  はグラフェン格子の基本並進ベクトル[2]  $a_1$  と  $a_2$  を用いて  $C = na_1 + ma_2$  と表すことができます。このとき、整数の組み合わせ  $(n,m)$  をカイラリティ(chirality)と呼びます[3]。つまり、単層カーボンナノチューブの構造を完全に決定するためにはカイラリティを指定すればよいこととなります。図1の例では、 $C = 10a_1 + 6a_2$  と表すことが出来るので、カイラリティは(10,6)ということになります。このテキストの終わりにグラフェンシートのページを用意してあるので、実際に丸めてみ

ましよう。例として、(14,0)、(9,9)、(12,5)などを試してみるといいでしょう。

単層ナノチューブはカイラリティによって分類され、 $m = n$  のときをアームチェア(*armchair*)型、 $m = 0$  のときをジグザグ(*zigzag*)型、それ以外のときをカイラル(*chiral*)型と呼びます。アームチェア型とジグザグ型の2つは鏡像対称性のある構造で、単層カーボンナノチューブを輪切りにしたときの炭素結合の形状に由来する名称です[4]。

単層カーボンナノチューブが物質として極めて面白いのは、このカイラリティによってナノチューブの性質が金属的にも半導体的にもなるという点です。具体的には、 $n - m$  の値が 3 で割り切れるとき電気を非常に良く通す金属の性質を示します。つまり、アームチェア型は全て金属的な性質ということになります。また、 $n - m$  の値が 3 で割り切れないときは電気を通しにくい半導体の性質を示します。さらに、禁制帯幅 (*bandgap energy*)[5]もカイラリティが異なると全く違う値を取ります。普通の半導体では禁制帯幅はその物質固有の値で、たとえばシリコン(Si)なら 1.1 eV、砒化ガリウム(GaAs)なら 1.4 eV と決まっています。単層カーボンナノチューブの場合、カイラリティが異なるとあたかも違う物質のようにふるまう、と考えても良いでしょう。

残念ながら、現在の合成技術では様々なカイラリティを持つものが同時に出来てしまうので、多数のカーボンナノチューブを測定すると単にその平均が観測されることとなります。これに対し、カーボンナノチューブ一本だけを測定すれば、カイラリティによって異なる多様な物性が見えてきます。また、カーボンナノチューブ一本だけを組み込んだデバイスにより、そのようなカイラリティごとの個性を利用した新しい機能を実現できる可能性もあります。

カーボンナノチューブには、ここまで説明してきた単層カーボンナノチューブの他に、二層以上の層からなる多層カーボンナノチューブ(*multi-walled carbon nanotube, MWCNT*)も存在します。また、通常は複数のナノチューブが分子間力で束になったバンドルを形成していることが多く、一本一本ばらばらにするためには処理が必要となります。

## 2 カーボンナノチューブの合成

### 2.1 合成用基板

今回の合宿では、単層カーボンナノチューブを合成し、単一のナノチューブに対するフォトルミネッセンス測定[6]によってカイラリティを同定するほか、イメージング(*imaging*)測定[7]や偏光測定[8]にも挑戦してもらいます。カーボンナノチューブは基板に接触しているとほとんど発光を示さないため、溝の上を橋渡しさせた架橋構造を用いる必要があります。また、一本ずつ測定できるような低密度で合成することも必要です。そこで、半導体微細加工技術[9]を利用して、溝を彫ったシリコン基板を用います。今回の合宿では時間の都合上あらかじめ準備した基板を用いますが、図 2 に示すような流れで作製しています。

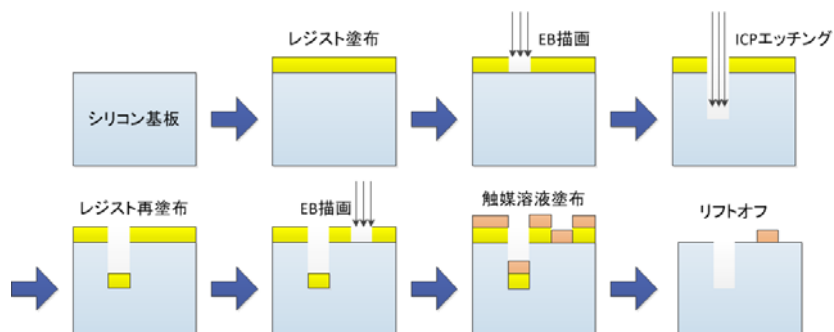


図 2：基板の微細加工の流れ。電子線（e-beam, EB）描画と誘導結合プラズマ（inductively coupled plasma, ICP）エッチングを用いている。

まず、シリコン基板に溝を掘る部分以外を保護する膜となるレジスト(resist)を塗布します。溝にしたい部分に電子線(electron beam)で描画し現像することにより、その部分のレジスト膜を取り除くことができます。プラズマエッチングによりシリコン基板を削り、エッチング後に残ったレジスト膜を除去して溝の加工は終了です。カーボンナノチューブを合成するための触媒を溝の横に配置するため、再度同様の描画により触媒領域に窓を開けたレジスト膜を準備してあります。合成する際に、この基板に触媒を塗布し、レジスト膜と不要部分の触媒を除去することになります。

基板のレイアウトデザインを図 3 に示します。このデザインには、5 mm 角のシリコン基板(チップ、chip)の上に、幅 0.5 ~ 4.0  $\mu\text{m}$ 、長さ 900  $\mu\text{m}$  の溝が合計 144 本配置されています。

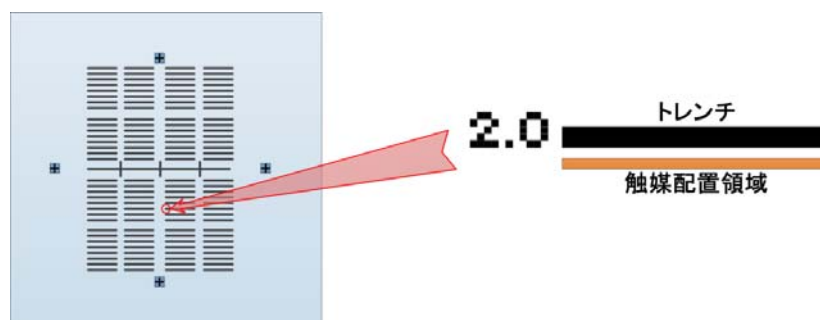


図 3：基板のレイアウト。中央にアライメントマークがあり、上下に多数の溝が配置してある。トレンチ(trench)は溝という意味。

## 2.2 化学気相成長

単層カーボンナノチューブの合成方法には色々なものがありますが、当研究室ではエタノール(ethanol)と触媒を用いた化学気相成長(chemical vapor deposition, CVD)法を使用しています。金属微粒子を触媒として、高温に加熱したところにエタノールを流すと、エタノール分子中に含まれる炭素が金属微粒子に取り込まれていきます。炭素が入りきらなくなって金属微粒子の外に排出される際に単層カーボンナノチューブの形状として出てくることで合成されます。このような成長機構の

ことを気相-液相-固相(vapor-liquid-solid, VLS)成長[10]といます。

まず、合成する基板上に触媒を配置します。触媒溶液はエタノール 10 g 中に鉄(III)アセチルアセテートの粉末 5 mg、および触媒金属を担持するためのシリカ粉末 25 mg を入れ、超音波により 1 時間分散させたものを使います。準備した合成用基板に触媒溶液をスピコート(spin coat)により塗布します。1 枚のチップにつき触媒溶液を 25  $\mu$ l 滴下し、5000 rpm で 50 秒間回転させ、その後ホットプレート(hot plate)を用いて 150 $^{\circ}$ C で 5 分間加熱し、エタノールを蒸発させてシリコン基板上に触媒を付着させます。その後スターラー(stirrer)で 300 rpm で攪拌、80 $^{\circ}$ C で加熱しながら剥離液に 60 分間浸し、レジストと不要な触媒を除去(リフトオフ、lift off)してから、400 $^{\circ}$ C に熱したマッフル炉(muffle furnace)に入れて空气中で 5 分間加熱し、有機物とレジストの残りを燃やして除去するとともに、触媒金属を酸化させ安定させます。

次に、CVD 装置(図 4)を用いてカーボンナノチューブを合成します。①まず、石英管内に基板を入れます。②次に、管内を空気からアルゴン(Ar) / 水素(H<sub>2</sub>)雰囲気中に置換します。スクロールポンプ(scroll pump)で管内の圧力を 0.5 Pa 以下に下げ、そのあとアルゴン / 水素ガスを流して大気圧にする工程を 2 回繰り返します。③次に、アルゴン / 水素ガスを 300 sccm の流量で流しながら、スクロールポンプにつながる経路の圧力調整器で管内の圧力が 100 kPa と一定になるように調整します。④その状態で電気炉を閉じ、20 分間で 800 $^{\circ}$ C まで昇温し、触媒金属を還元します。⑤電磁弁を切り替えてバブリング(bubbling)によってエタノールを含ませたアルゴン / 水素キャリアガス(carrier gas)を導入し、温度、圧力、流量を保ったまま 1 分間ナノチューブの合成を行います。⑥その後電磁弁をもとに戻して合成を止めます。⑦5 分間待った後、電気炉を停止させて開き、扇風機を用いて 10 分間かけて温度を下げます。⑧石英管を開けて基板を取り出します。

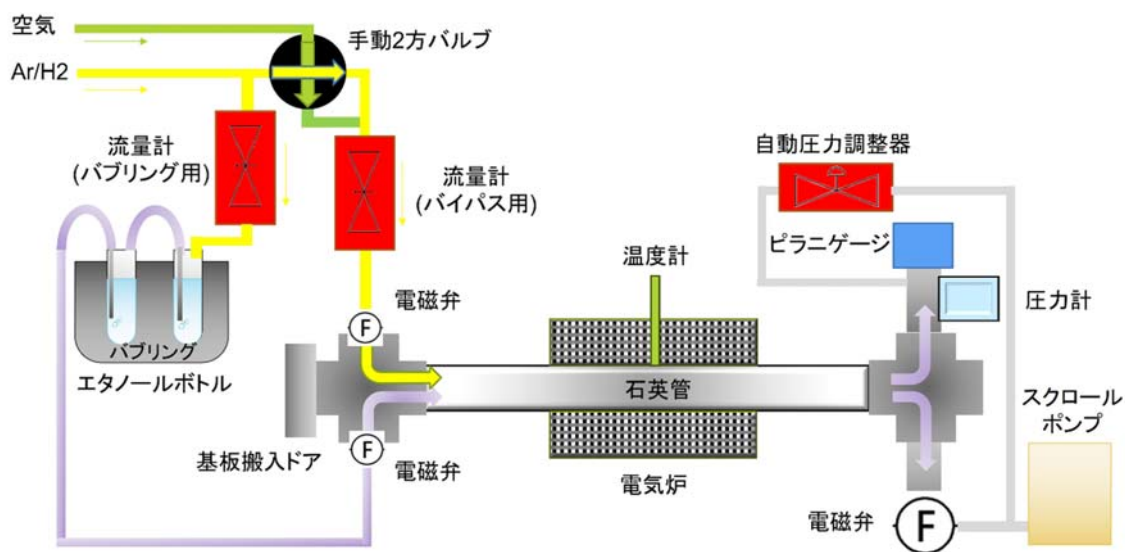


図 4 : CVD 装置の概略図。

### 3 フォトルミネッセンス測定

#### 3.1 カーボンナノチューブのフォトルミネッセンス

フォトルミネッセンス(photoluminescence, PL)[7]とは、光励起による発光のことです。半導体の場合、光を吸収することで電子の詰まっている価電子帯から電子が入っていない空っぽの伝導帯に電子が励起されます。この電子が再び価電子帯に戻る際にエネルギーを光子として放出する現象がフォトルミネッセンスです。半導体型のカーボンナノチューブは発光しやすい直接遷移型[11]のバンド構造を持っているので、フォトルミネッセンスは有効な評価手法の一つです。カーボンナノチューブはカイラリティによってバンドギャップが異なるため、フォトルミネッセンスのエネルギーをカイラリティ同定に利用することができます。

さて、高校生の知識の範囲を完全に逸脱してしましますが、バンドギャップエネルギーがカイラリティに依存する理由を一応説明しておきます。カーボンナノチューブの電子構造はグラフェンの電子構造を元にして考えることが出来ます。図 5 にグラフェンの第一ブリルアンゾーン(Brillouin zone)[12]と K 点[13]付近の電子構造を示します。K 付近の電子構造はディラックコーン(Dirac cone)と呼ばれ、エネルギーが波数[14]と線形な関係にある特殊な構造[15]をしています。電子が取り得る状態はこの円錐の表面に対応していて、電子は下の円錐の頂点まで詰まっていて、上の円錐は空っぽです。エネルギーギャップはないので、グラフェンが金属[16]として振る舞うことが分かります。

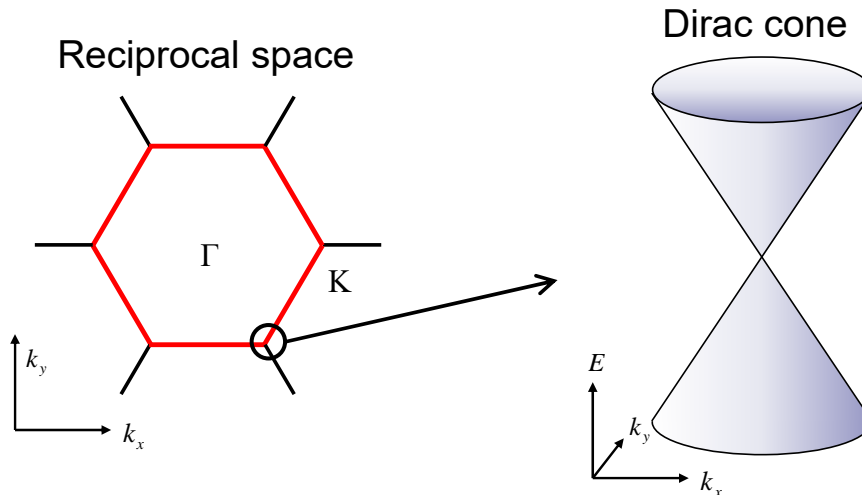


図 5 : グラフェンの第一ブリルアンゾーン (左) と K 点付近の電子構造 (右)。

カーボンナノチューブはグラフェンを筒に巻いた構造をしているので、電子を波として考えると、筒の周をぐるっと回って戻ってきたときに強め合う必要があります。そうでないと、何度も回っているうちに波が打ち消し合ってしまうからです[17]。つまり、電子も好きな波数[14]を取れるわけではなく、周

期的境界条件[18]を満たす必要があり、取り得る波数が量子化(離散化)するという事です(図 6 左)。

この例ではカイラルベクトルが  $x$  の方向の場合を示しています。つまり、 $x$  がナノチューブの周の方向、 $y$  がナノチューブの軸の方向になります。ナノチューブの直径が大きければ取り得る波数の線の間隔は狭くなり、直径が小さければ線の間隔が広がります。また、カイラルベクトルの向きが変われば、線の向きも変わります。取り得る波数に対応する線でのディラックコーンの断面(図 6 中)を見ると、ナノチューブのバンドになります(図 6 右)。この図のバンドギャップエネルギーは、 $K$  点に最も近い線的位置によって決まり、それは線の間隔や角度に依存するため、カイラリティによってバンドギャップが異なるということになるわけです[19]。バンド図を見ると、 $K$  点に二番目に近い線に対応するバンド(緑)も描いてあり、ここでも光を吸収する遷移が起きます。フォトルミネッセンスは最も小さいバンドギャップに対応するエネルギーである  $E_{11}$  で起き、また、二番目のバンドギャップに対応するエネルギーの  $E_{22}$  で吸収が共鳴的に強くなります(図 6 右)[20]。

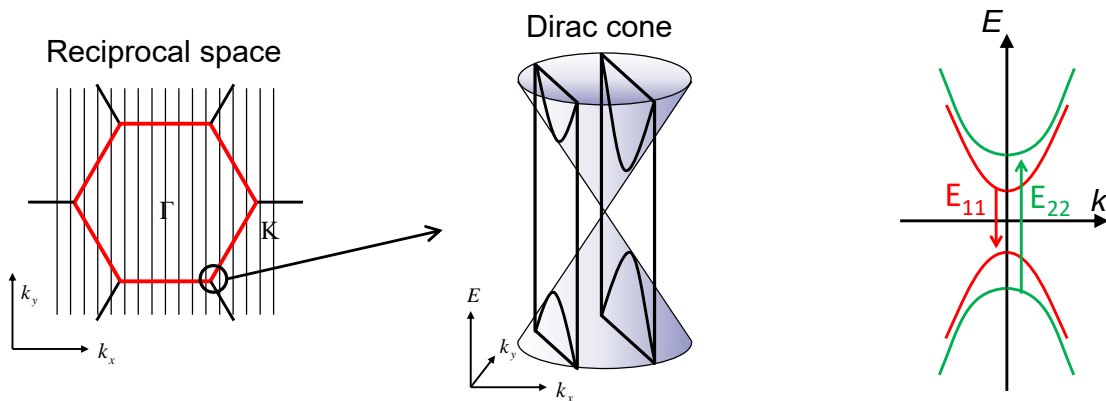


図 6 : (左) ナノチューブの電子が取り得る波数。(中) ディラックコーンの許される波数における断面。(右) ナノチューブのバンド図。

難しい話はこのままで[21]。  $E_{11}$  と  $E_{22}$  が分かれば、そのエネルギーの組み合わせでカイラリティが同定できます。実験としては励起波長の関数として発光スペクトルを集める励起分光という手法を用います。データの例を図 7 に示します。光のエネルギーは波長  $\lambda$  とプランク定数  $h$  を使って  $hc/\lambda$  と書けるので、フォトルミネッセンスの発光波長から  $E_{11}$  が分かり、吸収の共鳴波長から  $E_{22}$  が分かるということです。実際にはこのようなデータから直接カイラリティが同定できるように、どの波長で共鳴が起きるか示したカイラリティマップを利用します(図 8)。図 7 のデータはどのカイラリティなのか、考えてみましょう。

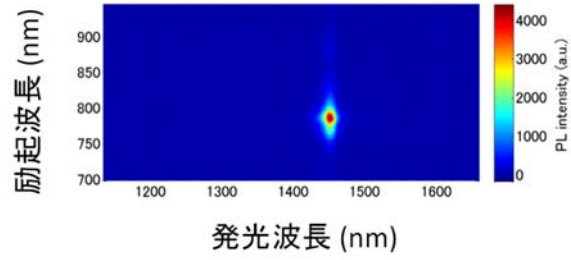


図 7 : 励起分光マッピングのデータ例。

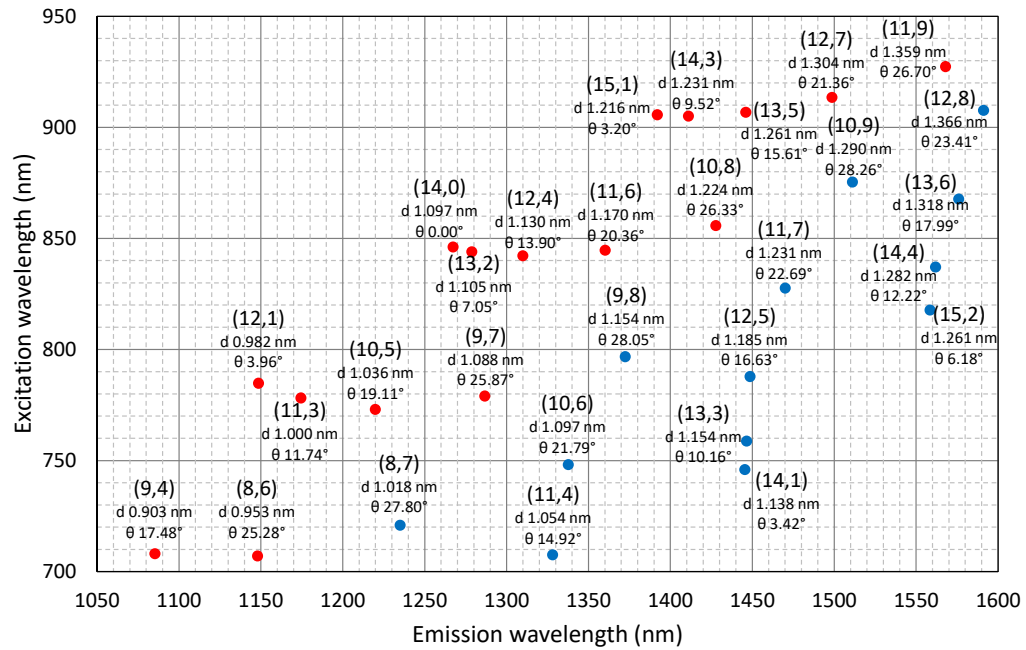


図 8 : カイラリティマップ。

このように、吸収波長や発光波長が異なるということは、カイラリティによって色が違うということです。上の説明では省略しましたが、3 番目や 4 番目のバンドに対応する吸収波長は可視光域なので、実際に目で色が異なることが確認できます(図 9)。



図 9 : カイラリティ分離したナノチューブ溶液の色。J. Phys. Chem. C 114, 4833 (2010)より転載。

### 3.2 光学系の概略

測定を実施する光学系の概略を図 10 に示します。励起光としては 700 ~ 1000 nm の範囲で波長可変な連続 (continuous wave, CW) 光を発振可能な Ti:Sapphire レーザー (laser) を用います。射出したレーザー光はビームスプリッター (beam splitter) [22] によって透過する光と反射する光に分けられます。そのうち透過したものはビームブロック (beam block) にあたり散乱され、その散乱光を光ファイバー (optical fiber) でつないだ小型分光器で検出して励起光の波長を測定します。ビームスプリッターで反射したレーザーは ND フィルター (neutral density filter) [22] を通って強度を調整した後、2 枚のレンズ (lens) を通ってビーム径を変更してから、偏光板 [22] を通して偏光方向を光学定盤に対して水平に揃えます。その後ビームスプリッターを用いてもう一度レーザーを分岐させ、透過したレーザーをパワーメーター (power meter) に入れレーザーの強度を測定します。反射したレーザーはカットオフ (cut off) 波長 1000 nm のロングパスフィルター (long-pass filter) [22] で反射され、半波長板 [22] を通して偏光方向を調整し、対物レンズに入射してステージ (stage) に固定された測定試料の上に焦点を結びます。試料からのフォトルミネッセンスは対物レンズを通して平行光となり、ロングパスフィルターを通過してレンズによって集光され、ピンホール [22] を通過した光が分光器内に入射してフォトルミネッセンスのスペクトルを得ます。また、試料に入射した励起光の反射光も対物レンズを通り、励起光と同じ経路を通してビームスプリッターを透過し、シリコンフォトディテクター (Si photodetector) で検出します。

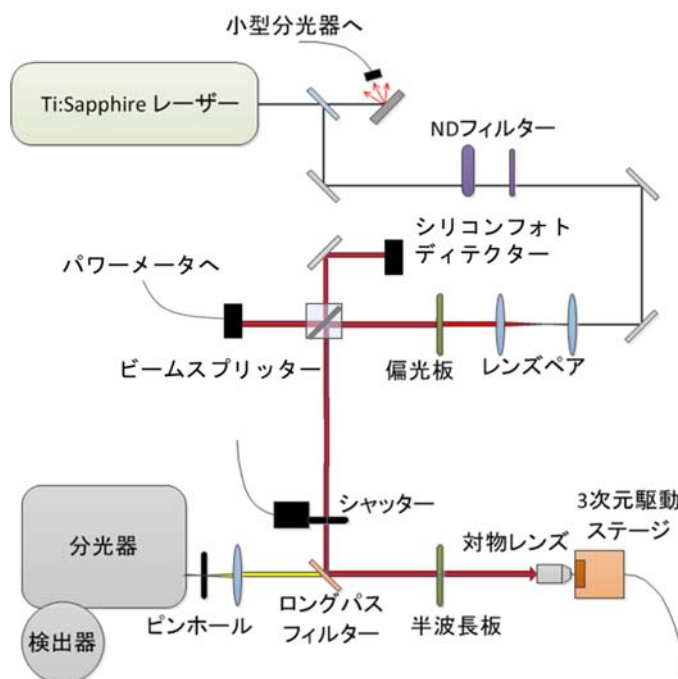


図 10 : 測定系概要。



パワーメーターに入射する光の強度と測定試料に入射する光の強度の比は、ビームスプリッターやロングパスフィルターの反射率に波長依存性があるため、波長ごとに異なります。そのため、あらかじめそれぞれの場所でのレーザー光の強度を波長ごとに測定しておき、波長に対応した強度比を用いて算出しています。対物レンズの焦点距離は 3.6 mm、開口数(numerical aperture, NA)[22] は 0.65 です。回折限界まで絞ったレーザーの直径は $0.84 \lambda/NA$  で計算され[23]、このレンズの場合は波長 800 nm のレーザーについて焦点の直径を 1.03  $\mu\text{m}$  まで絞ることができます。

3次元駆動ステージの可動域は X 軸方向（横方向）に 2 cm、Y 軸方向（上下方向）に 2 cm、Z 軸方向（前後方向）に 2 cm で、各軸の方向に 50 nm の精度で移動することができます[24]。基板の上に作製したアライメントマーク(alignment mark)の座標を読み取り、その値を用いてステージ上に固定した基板の傾き、および原点からのずれを計算し[25]、また、その値を用いて指定したレイアウトデザイン(layout design)上の座標に対応するステージの絶対座標を計算して自動でその場所へ移動出来るようになっていきます(図 11)。

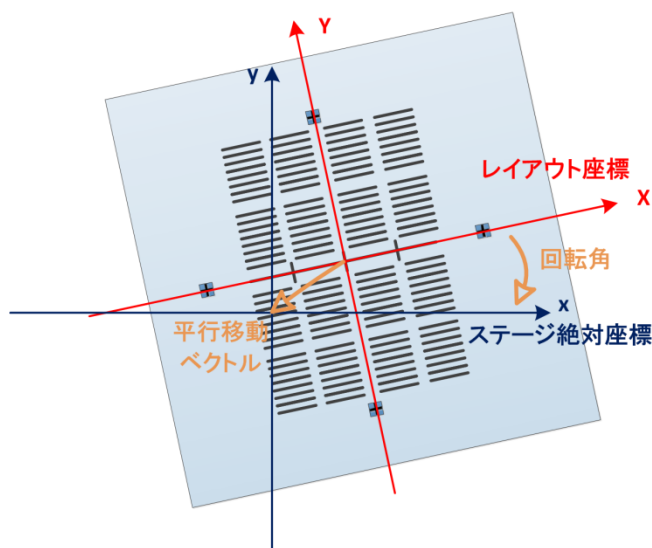


図 11 : レイアウト座標からステージ絶対座標への変換。

### 3.3 フォトルミネッセンス測定の手順

まず、反射光の強度変化を利用してステージを励起光の焦点の位置に合わせます。次に PL スペクトル(spectrum)を測定しながらトレンチ(trench)に沿ってステージを移動させ、架橋したカーボンナノチューブ(carbon nanotube, CNT)を探します。図 12 は設計幅 2.0  $\mu\text{m}$  [走査型電子顕微鏡(scanning electron microscope, SEM)による実測値は 2.41  $\mu\text{m}$ ] のトレンチについての測定結果

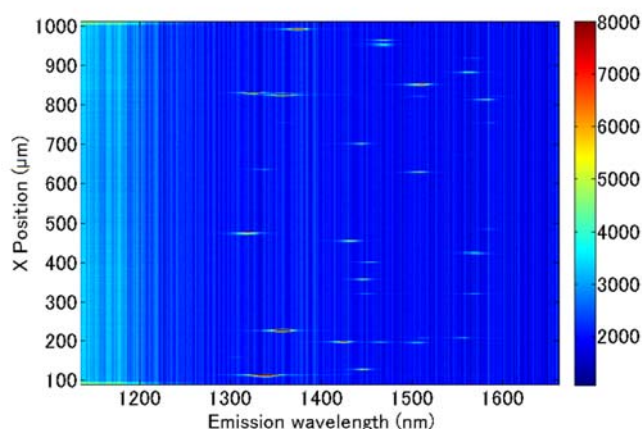


図 12 : トレンチに沿った 1 次元 PL 測定の場合。励起波長 750 nm、励起光強度 120  $\mu$ W、偏光角度 90°、積算時間 200 ms、積算回数 1 回、シャッター(shutter)を用いたバックグラウンドノイズ(background noise)の除去はしていない。

で、縦軸はレイアウトデザイン上での X 座標を表し、横軸は検出波長で、各測定点での PL 強度が色で表されています。典型的な測定では励起波長 780 nm、励起光強度 100  $\mu$ W、偏光角度 90°、積算時間 200 ms、積算回数 1 回に設定する。波長 1200 nm 以下の範囲に見られる広いシグナル(signal)は基板として用いているシリコンからの PL です。トレンチは X 座標 100 ~ 1000  $\mu$ m にあり、その範囲に複数の架橋 CNT が存在していることが確認できます。

このようにして見つかったナノチューブの一つ一つについて、その座標へ移動して励起分光マッピング(mapping)や、励起光の偏光角度依存性、また、イメージング測定を実施します。図 13 に測定例を示します。この例では、ナノチューブが確認された位置の周辺について、半波長板の角度と励起光の波長をおおまかに合わせたうえで PL での XY 平面のイメージを取得しています[図 13(a)]。その画像から Y 方向についてナノチューブの中心を見つけ、Y 座標をそこに合わせた状態で、今度は XZ 平面について PL でのイメージングを実施しています[図 13(b)]。これにより励起光の焦点の合う Z 軸の座標を求めることができます。その後 Z 座標を合わせてから、もう一度 XY 平面のイメージ(image)を、範囲を絞ってより細かい精度で取得しています [図 13(c)]。この結果からナノチューブが間違いなくトレンチを架橋していることを確認すると同時に、X 方向、Y 方向についてナノチューブの中心の座標を求められます。ここまでの手順により、架橋したナノチューブの中心に焦点の合った励起光を入射できていることを確認しています。

次に、偏光角度を 0° から 360° までの範囲で回転させ、それぞれの角度での PL 強度[PL スペクトルをローレンツ関数[26]でフィッティング(fitting)したときのピーク(peak)の高さと幅の積]を測定しています[図 13 (d)]。この結果を正弦関数[27]でフィッティングすることでナノチューブの正確な角度を求め、架橋しているナノチューブの長さが計算できます。また、PL の偏光度を

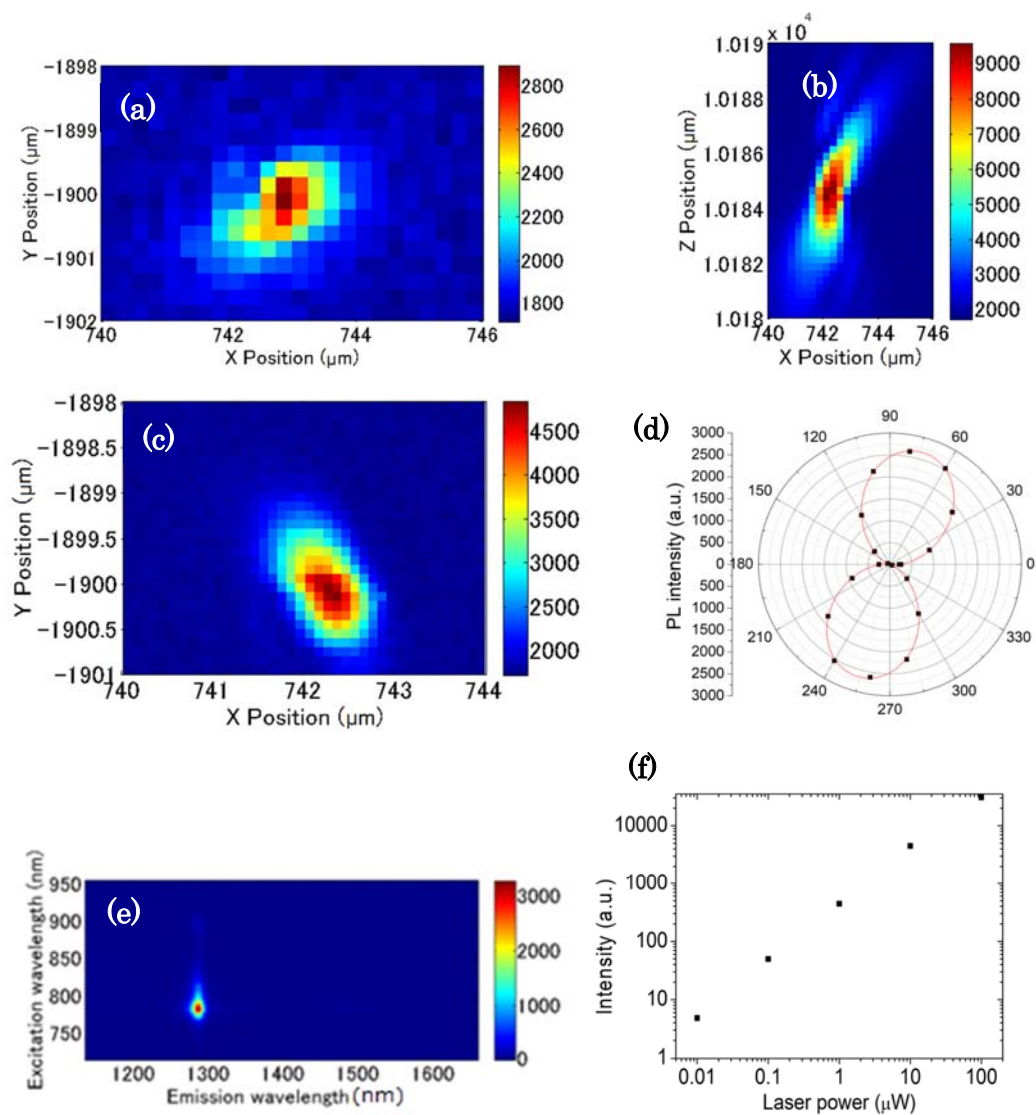


図 13 : 幅  $0.4 \mu\text{m}$  のトレンチに架橋した(9,7)CNT についての PL 測定。(a) XY 平面スキャン(scan)。(励起波長  $780 \text{ nm}$ 、PL 波長  $1285 \text{ nm}$ 、励起光強度  $8.5 \mu\text{W}$ 、偏光角度  $80^\circ$ 、積算時間  $200 \text{ ms}$ 、積算回数 1 回、シャッターを用いたバックグラウンドノイズの除去はしていない。)(b) XZ 平面スキャン、(c) 焦点を合わせてからの XY 平面スキャン、(d) PL 強度の偏光角度依存性 (励起波長  $780 \text{ nm}$ 、励起光強度  $8.5 \mu\text{W}$ 、積算時間  $5000 \text{ ms}$ 、積算回数 1 回、シャッターを用いたバックグラウンドノイズの除去を行なっている。)、(e) PLE (励起光強度  $8.5 \mu\text{W}$ 、偏光角度  $82^\circ$ 、積算時間  $2500 \text{ ms}$ 、積算回数 1 回、シャッターを用いたバックグラウンドノイズの除去を行なっている。)、(f) PL 強度の励起光強度依存性 (励起波長  $781 \text{ nm}$ 、偏光角度  $82^\circ$ 、積算回数 1 回、シャッターを用いたバックグラウンドノイズの除去を行なっている。積算時間は  $60000 \text{ ms}$  から  $1000 \text{ ms}$  の範囲でシグナルの大きさに合わせて変えている。)

$$\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

により求めます。ここで  $I_{\max}$  は PL 強度の最大値、 $I_{\min}$  は PL 強度の最小値です。ただし、 $I_{\max}$ 、 $I_{\min}$  は正弦波フィッティングによって得られたパラメーター(parameter)を用いてそれぞれ

$$I_{\max} = y_0 + A$$

$$I_{\min} = y_0 - A$$

と計算されるので、実際には

$$\frac{A}{y_0}$$

によって偏光度を計算しています。ここで  $A$  は正弦波の振幅、 $y_0$  は定数項を表す。偏光度が低いナノチューブは途中で折れ曲がっていたりしてきれいに架橋していない可能性が高いので、注意が必要です。図 13 のナノチューブの偏光度は 0.90 です。

その後偏光の角度をナノチューブの軸に合わせた状態でレーザーの波長を 720 ~ 950 nm の範囲で変えて励起分光測定を行い、そのナノチューブのカイラリティを同定しています[図 13(e)]。最後に、波長を $E_{22}$ の共鳴波長に合わせた状態で、励起光強度を 0.01  $\mu\text{W}$  から 100  $\mu\text{W}$  の範囲で変え PL 強度を測定しています[図 13(f)]。

今回の合宿では、様々なカイラリティのナノチューブに対して好きな測定を実施してみましょう。カイラリティはおおよそ 30 種類ほどです。全部見つかるかな？

## 4 注釈と参考資料

- [1] ベクトルとは、向きと大きさをもつ量。まだ習っていない人は「数学 ベクトル」でウェブ検索してみましょう。
- [2] グラフェン格子とは炭素の並びの繰り返し構造のこと。格子と基本並進ベクトルについて詳しくはウィキペディアで「結晶格子」を調べてみましょう。大学で物性物理学または物性工学の講義を取ると教えてくれます。
- [3] ナノチューブのキラリティは化学用語のキラリティと同じ英単語で、対称性と関係しているという観点からは関連していますが、意味は異なります。混同しないように気をつけてください。
- [4] 斎藤理一郎・篠原久典 共編 『カーボンナノチューブの基礎と応用』 培風館 (2004)
- [5] 半導体の禁制帯幅、つまり価電子帯の上端と伝導帯の下端のエネルギー差のこと。初めて聞いたという人はウィキペディアで調べてみましょう。大学で半導体工学や物性工学の講義を履修すると詳しく教えてくれます。
- [6] フォトルミネッセンスは、光で物質を励起した後、そのエネルギーが光として放出される現象。今回の合宿では放出される光のエネルギーに対して光強度を測定します。フォトルミネッセンスや、関連する現象で LED で利用されているエレクトロルミネッセンスについては、大学では物性関連の講義の他、半導体工学や光デバイスの講義で教えてくれます。ウィキペディアの日本語の「フォトルミネッセンス」のページは貧弱なので、自信があれば英語のページに挑戦してみましょう。この例に限らず、日本語と比較して英語で記述されている情報の質・量は圧倒的に優れています。研究者でなくとも英語をよく勉強しておくとも必ず役に立ちます。
- [7] 画像化・視覚化する測定のこと。
- [8] 光の波が振動している方向を調べる測定のこと。詳しくはウィキペディアで「偏光」を調べてみましょう。大学では電磁気学や光学の講義で詳しく教えてくれます。
- [9] スマホやパソコンに入っている中央演算処理装置(central processing unit, CPU)をはじめ、大規模集積回路は微細加工技術によって作られています。今回使用するチップは電子線リソグラフィによって作製されていますが、工業的にはフォトリソグラフィが多く使われています。興味があればウィキペディアで「微細加工技術」「CPU」「集積回路」など調べてみましょう。
- [10] 一般的にはナノワイヤの合成に用いられます。興味があれば VLS 成長でググってみましょう。ウィキペディアには英語の記事しか見当たりませんが、英語に自信があったら挑戦してみましょう。このような物質相の性質について理解するためには、大学で熱力学や材料科学・材料工学について学びましょう。
- [11] 価電子帯の上端と伝導帯の下端の間の電子状態が同じ運動量になっているバンド構造のこと。大学で物性物理や半導体物理の講義を履修すると詳しく教えてくれます。これもウィキペディアだと英語版の“direct and indirect band gaps”のページのほうが充実しています。

- [12] 周期性のある結晶の場合、逆空間（運動量空間や波数空間と同じ）では第一ブリルアンゾーンだけで全ての電子状態を表現できます。詳しくは、大学で物性物理学や材料科学を学びましょう。
- [13] 対称性の高い点には名前がつけられていて、 $\Gamma$  点为中心（波数がゼロ）、 $K$  点は図に示されているように六角形の頂点です。対称性を扱うために数学の群論を用いることがよくあります。
- [14] 波長の逆数の $2\pi$  倍。詳しくはウィキペディアで「波数」を調べてみましょう。
- [15] 古典力学では運動エネルギーは運動量の二乗に比例します。 $p$  を運動量、 $m$  を質量とすると運動エネルギーは $p^2/(2m)$  です。これは真空中の電子でも同じですが、物質中ではそうとは限りません。なぜかそのようなことが起きるか知りたい人は、大学で物性物理学を学びましょう。なお、運動量 $p$  は波数 $k$  とプランク定数 $\hbar$  を使って $p = \hbar k$  と書くことができるので、このテキストでは波数と運動量を同じ意味で使っています。余談ですが、元々は $h = 2\pi\hbar$  が本来のプランク定数です。しかし、物理学の論文ではより本質的な $\hbar$  をプランク定数と呼ぶことが多いです。区別をつける必要がある場合は $\hbar$  を換算プランク定数やディラック定数と呼ぶこともあります。英語版のウィキペディアで“Planck constant”のページを読んでみましょう。
- [16] 物性物理学では、絶対零度でも電子輸送が可能な物質を金属だと定義しています。バンドギャップがあると絶対零度では電子励起ができずにギャップの下側のバンドが完全に詰まってしまって電子が動くことができないので、ギャップがない電子構造のことを金属的な電子構造と呼びます。
- [17] 素人向けには電子は粒子でもあり波でもあるとよく言いますが、正確には電子は波動関数によって表されます。また、波動関数とは無限次元のヒルベルト空間におけるベクトルのことです。大学では量子力学の講義を取ると詳しく教えてくれます。量子力学を理解するために必要な基礎的な数学の知識として、線形代数や複素解析も事前に学んでおきましょう。
- [18] ここでは、一周回って戻ってきたときに、同じ値を取るという条件のこと。詳しくはウィキペディアで「周期的境界条件」を調べてみてください。このような周期的境界条件の下で微分方程式を解く方法は大学で微積分の講義を取ると教えてくれます。
- [19]  $n - m$  が 3 で割り切れる場合、取り得る波数の線は  $K$  点を通過します。証明できるかな？その場合は円錐の頂点での断面になるのでギャップはなくなり、金属型のナノチューブになるということです。
- [20] 実際には、ここで説明したようなバンド間遷移ではなく、励起子状態を考慮する必要があります。詳しくはウィキペディアで「励起子」を調べてみましょう。
- [21] さっぱり分からなくて当然です。修士の学生が半年かけて学ぶ内容です。
- [22] これらの光学部品については、メーカーのウェブページを調べてみるといいでしょう。シグマ光機やソーラボのウェブサイトがおすすめです。
- [23] 光は波なので、集光することができる大きさが波長によって決まります。詳しくはウィキペディアで「回折限界」を調べてみましょう。大学では光学の講義で詳しく教えてくれます。
- [24] これだけの精度が出せるのは、フィードバック制御をしているからです。フィードバックについては、

大学で制御工学を履修すると詳しく教えてくれます。詳しくはウィキペディアで「フィードバック」を調べてみましょう。

[25] 線形代数で学ぶ線形変換を使って簡単に計算できます。大学に入ったら勉強してみてください。

[26] スペクトルのピーク形状を記述する代表的な関数。ウィキペディアで「ローレンツ分布」を調べてみましょう。

[27] 三角関数のひとつ。まだ習ってない人はウェブ検索してみましょう。

[28] 本テキストの一部は、東京大学電気電子工学科石井晃博氏の卒業論文を元にして書かれています。

[29] ウェブにもカーボンナノチューブについてのわかりやすい説明が多くあります。

産総研: [https://www.aist.go.jp/aist\\_j/magazine/20231206.html](https://www.aist.go.jp/aist_j/magazine/20231206.html)

<https://unit.aist.go.jp/ncdrc/ja/news/CNT%20in%20brief.pdf>

[https://www.aist.go.jp/Portals/0/resource\\_images/aist\\_j/aistinfo/science\\_cafe/pdf/ev20090904\\_2.pdf](https://www.aist.go.jp/Portals/0/resource_images/aist_j/aistinfo/science_cafe/pdf/ev20090904_2.pdf)

富士通: <https://www.fujitsu.com/jp/about/research/techguide/list/carbon-nanotubes/>

当研究室のホームページもどうぞ: <https://katogroup.riken.jp/>





